

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΕΝΔΟΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
ΚΥΡΙΑΚΗ 14 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2024
Οριζόντια βολή - Κυκλική - Ορμή

Στις επόμενες ασκήσεις να θεωρήσετε γνωστό το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας
 $g = 10 \text{ m/s}^2$

ΘΕΜΑ 1

Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

A. Δύο σώματα που αποτελούν μονωμένο σύστημα, κινούνται με ορμές \vec{p}_1 και \vec{p}_2 . Τα σώματα αλληλεπιδρούν και αποκτούν ορμές \vec{p}_1' και \vec{p}_2' . Για το σύστημα ισχύει η σχέση :

α. $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$ β. $\vec{p}_1 + \vec{p}_1' = \vec{p}_2 + \vec{p}_2'$ γ. $\vec{p}_1 = \vec{p}_1'$ και $\vec{p}_2 = \vec{p}_2'$

B. Δύο χορευτές του πατινάζ με μάζες m_1 και m_2 , όπου $m_1 = 2m_2$, είναι αρχικά ακίνητοι ο ένας δίπλα στον άλλο. Ο χορευτής μάζας m_1 σπρώχνει τον άλλο. Για τις ορμές \vec{p}_1 και \vec{p}_2 που θα αποκτήσουν οι χορευτές ισχύει :

α. $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|$ β. $\vec{p}_1 = \vec{p}_2$ γ. $\vec{p}_1 = -\frac{\vec{p}_2}{2}$ δ. $\vec{p}_1 = 2\vec{p}_2$

Γ. Δύο σφαίρες με ίσες μάζες ($m_1 = m_2$) κινούνται με αντίθετες φορές στην ίδια διεύθυνση και λίγο πριν την κρούση έχουν ίσου μέτρου ταχύτητες ($v_1 = v_2$). Η ορμή του συστήματός τους αμέσως μετά την κρούση τους θα είναι :

α. $\vec{p}_{ολ} = 0$ β. $\vec{p}_{ολ} = 2m_1\vec{v}_1$ γ. $\vec{p}_{ολ} = m_1\vec{v}_1 - m_2\vec{v}_2$ δ. $\vec{p}_{ολ} = 2m_2\vec{v}_2$

Δ. Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα \vec{v} και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλο **ακίνητο** σώμα ίδιας μάζας. Αν η κρούση διαρκεί χρονικό διάστημα Δt , το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε στο δεύτερο σώμα κατά την κρούση είναι :

α. $\frac{mv}{2\Delta t}$ β. $\frac{2mv}{\Delta t}$ γ. $\frac{mv}{\Delta t}$ δ. 0

Ε. Σώμα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου \vec{v}_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με δεύτερο ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Αν αμέσως μετά την κρούση το δεύτερο σώμα αρχίζει να κινείται με ταχύτητα μέτρου $2v_1$, τότε για τις μάζες των δύο σωμάτων ισχύει :

α. $m_1 = 2m_2$ β. $m_1 \ll m_2$ γ. $m_1 \gg m_2$ δ. $m_1 = m_2$

ΣΤ. Ένα αρχικά ακίνητο βλήμα διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες m_1 και m_2 , όπου $m_2 = 2m_1$.

- α. Τα δύο κομμάτια αποκτούν αμέσως μετά τη διάσπαση ίσες ορμές.
 β. Τα δύο κομμάτια αποκτούν αμέσως μετά τη διάσπαση ίσες ταχύτητες.
 γ. Τα δύο κομμάτια αποκτούν αμέσως μετά τη διάσπαση αντίθετες ορμές.
 δ. Η ορμή του συστήματος μετά τη διάσπαση είναι διάφορη από το μηδέν.

[25 μονάδες]

ΘΕΜΑ 2

A. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 και ορμής μέτρου p_1 που κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με δεύτερο ακίνητο σώμα Σ_2 τετραπλάσιας μάζας.

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας της πλαστικής κρούσης είναι:

α. $|\Delta\vec{p}_1| = \frac{4}{5}p_1$ β. $|\Delta\vec{p}_1| = \frac{1}{5}p_1$ γ. $|\Delta\vec{p}_1| = \frac{2}{5}p_1$

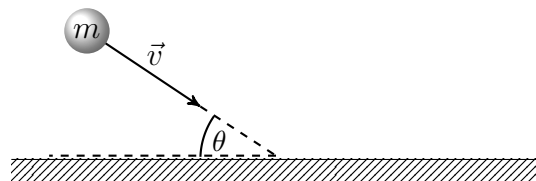
Η μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος των δυο σφαιρών εξαιτίας της κρούσης είναι:

α. $\Delta K = -\frac{2}{5}\frac{p_1^2}{m_1}$ β. $\Delta K = \frac{1}{5}\frac{p_1^2}{m_1}$ γ. $\Delta K = -\frac{12}{25}\frac{p_1^2}{m_1}$

Να επιλέξετε τις σωστές απαντήσεις και να δικαιολογήσετε πλήρως την επιλογή σας.

B. Λεία ελαστική σφαίρα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου v σε οριζόντιο επίπεδο και προσκρούει πλάγια σε λείο κατακόρυφο τοίχο, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα (κάτοψη). Στη διάρκεια Δt της κρούσης, το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται στη σφαίρα από τον τοίχο είναι :

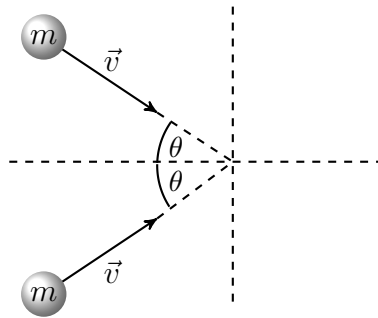
α. $\bar{F} = \frac{2mv}{\Delta t}\cos\theta$ β. $\bar{F} = \frac{2mv}{\Delta t}\eta\mu\theta$
 γ. $\bar{F} = \frac{2mv}{\Delta t}$ δ. $\bar{F} = \frac{mv}{2\Delta t}$



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε πλήρως την επιλογή σας.

Γ. Δύο σωματίδια ίδιας μάζας m κινούνται με ταχύτητες ίδιου μέτρου v το καθένα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα (κάτοψη). Τα δύο σωματίδια συγκρούονται πλαστικά στην αρχή των αξόνων. Αν γνωρίζετε τη γωνία $\theta = 30^\circ$ τότε η ενεργειακή απώλεια εξαιτίας της κρούσης είναι ίση με :

α. $\frac{1}{2}mv^2$ β. $\frac{1}{4}mv^2$
 γ. $\frac{1}{8}mv^2$ δ. $\frac{1}{16}mv^2$



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε πλήρως την επιλογή σας.

Δ. Σώμα Α κινείται και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Β τριπλάσιας μάζας. Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, εξαιτίας της κρούσης, είναι :

- α. 25% β. 75% γ. 80% δ. 45%

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε πλήρως την επιλογή σας.

Ε. Σώμα Α κινείται με ταχύτητα μέτρου v και συγκρούεται ακαριαία, μετωπικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Β. Αμέσως μετά την κρούση το σώμα Β αποκτά ορμή μέτρου p_B . Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση είναι :

- α. $E = p_B v$ β. $E = \frac{p_B v}{2}$ γ. $E = 2p_B v$ δ. $E = \frac{p_B}{2v}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε πλήρως την επιλογή σας.

[25 μονάδες]

ΘΕΜΑ 3

Α. Δύο σώματα Α και Β βρίσκονται στο ίδιο ύψος $h = 45 \text{ m}$ και απέχουν μεταξύ τους οριζόντια απόσταση $d = 30 \text{ m}$. Τα δύο σώματα εκτοξεύονται ταυτόχρονα με οριζόντιες αρχικές ταχύτητες $v_A = 10 \text{ m/s}$ και $v_B = 5 \text{ m/s}$ αντίστοιχα, σε αντίθετη κατεύθυνση. Να βρείτε :

- α. μετά από πόσο χρόνο τα δύο σώματα θα συναντηθούν.
β. σε ποιο ύψος από το έδαφος θα γίνει η συνάντηση.

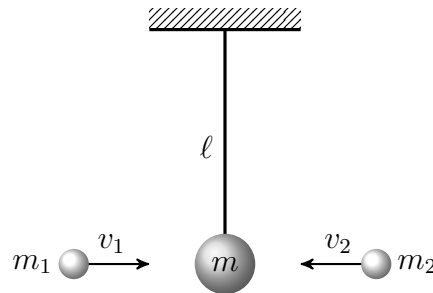
Β. Ξύλινο κιβώτιο μάζας $M = 950 \text{ g}$ ηρεμεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\theta = 30^\circ$ σε ύψος $h = 2,5 \text{ m}$ από το οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή ένα βλήμα μάζας $m = 50 \text{ g}$ το οποίο κινείται παράλληλα με το κεκλιμένο επίπεδο με ταχύτητα $v_0 = 100 \text{ m/s}$ σφηνώνεται στο κιβώτιο και το συσσωμάτωμα μετά από 1 s φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Να υπολογίσετε :

- α. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
β. το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του κεκλιμένου επιπέδου.

[25 μονάδες]

ΘΕΜΑ 4

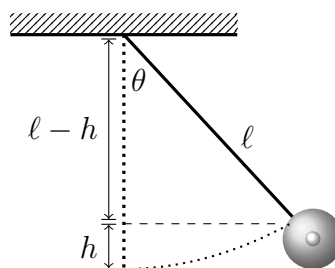
A.



Σώμα μάζας m , ηρεμεί προσδεδεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου μη εκτατού νήματος μήκους ℓ . Το άλλο άκρο του νήματος είναι ακλόνητα στερεωμένο σε σημείο της οροφής. Δύο βλήματα (1) και (2) μάζας $\frac{m}{2}$ το καθένα κινούνται αντίρροπα σε οριζόντια διεύθυνση και σφηνώνονται ακαριαία ταυτόχρονα στο σώμα μάζας m . Αμέσως μετά την κρούση, το νήμα ασκεί στο συσσωμάτωμα διπλάσια δύναμη από τη δύναμη που ασκούσε στο σώμα μάζας m πριν από την κρούση. Αν η κινητική ενέργεια του βλήματος (1) πριν από την κρούση είναι K , να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος, εξαιτίας της κρούσης.

B. Σώμα μάζας $M = 0,8\text{kg}$ είναι κρεμασμένο από την άκρη αβαρούς νήματος μήκους $\ell = 1,6\text{m}$ η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στην οροφή. Το σώμα αρχικά ισορροπεί κατακόρυφα, ενώ βλήμα μάζας $m = 0,2\text{kg}$ κινείται οριζόντια προς το κέντρο του σώματος με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20\text{m/s}$ και σφηνώνεται σε αυτό, δημιουργώντας συσσωμάτωμα. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ανυψώνεται κατά ύψος h . Να βρείτε :

- α. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- β. την τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση.
- γ. το ύψος h .
- δ. τη γωνία εκτροπής του συσσωματώματος από την αρχική θέση.



[25 μονάδες]

Οδηγίες προς τους εξεταζόμενους :

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα βασικά στοιχεία (ονοματεπώνυμο, ημερομηνία, τμήμα, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιό σας.

2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στη φωτοτυπία με τα θέματα. **Καμία άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράφεται.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με την κόλλα σας και τη φωτοτυπία με τα θέματα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό με μελάνι που δε σβήνει.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: Δύο (2) ώρες από την ώρα διανομής των θεμάτων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **Μία (1) ώρα** μετά τη διανομή των θεμάτων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

A. α. B. α. Γ. α. Δ. γ. E. γ. ΣΤ. γ.

ΘΕΜΑ 2

A. Σωστή επιλογή το α. Από Α.Δ.Ο.

$$p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 v_1 = 5m_1 v_\kappa \Rightarrow v_\kappa = \frac{v_1}{5}$$

το μέτρο της μεταβολής της ορμής για το σώμα μάζας m_1 θα είναι :

$$|\Delta \vec{p}_1| = |m_1 v_\kappa - m_1 v_1| = \left| \frac{p_1}{5} - p_1 \right| = \left| -\frac{4p_1}{5} \right| = \frac{4p_1}{5}$$

Σωστή επιλογή το α. Εκφράζοντας την κινητική ενέργεια με την ορμή έχουμε :

$$\Delta K = \frac{p_1^2}{10m_1} - \frac{p_1^2}{2m_1} = -\frac{4p_1^2}{10m_1} = -\frac{2}{5} \frac{p_1^2}{m_1}$$

B. Σωστή επιλογή το β. Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας, εξαιτίας της κρούσης, δεν μεταβάλλεται. Επίσης η διεύθυνση της ταχύτητας της σφαίρας μετά την κρούση σχηματίζει γωνία θ με τον κατακόρυφο τοίχο. Από το 2^ο Ν.Ν. στη γενικότερη μορφή του για την κάθετη διεύθυνση στον τοίχο και επιλέγοντας θετική φορά την απομακρυνόμενη από τον τοίχο, παίρνουμε:

$$\bar{F} = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} = \frac{p_{y1} - p_{y0}}{\Delta t} = \frac{mv_{y1} - mv_y}{\Delta t} = \frac{mv\eta\mu\theta - m(-v\eta\mu\theta)}{\Delta t} \Rightarrow \bar{F} = \frac{2mv}{\Delta t} \eta\mu\theta$$

Γ. Σωστή επιλογή το β. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο. στον οριζόντιο άξονα προκύπτει :

$$m\upsilon\sigma\upsilon\nu 30^\circ + m\upsilon\sigma\upsilon\nu 30^\circ = 2mV_x \Rightarrow V_x = v \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο. στον κατακόρυφο άξονα προκύπτει :

$$m\upsilon\eta\mu 30^\circ - m\upsilon\eta\mu 30^\circ = 2mV_y \Rightarrow V_y = 0$$

Η ζητούμενη ενεργειακή απώλεια είναι :

$$E = K_1 - K_0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}2mV_x^2 = mv^2 - mV_x^2 \Rightarrow E = \frac{1}{4}mv^2$$

Δ. Σωστή επιλογή το β. Έστω v η ταχύτητα του σώματος Α πριν από την κρούση. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο. προκύπτει :

$$\Delta \vec{p}_{ολ} = 0 \Rightarrow mv = (m + 3m)V \Rightarrow V = \frac{v}{4}$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι :

$$\frac{|\Delta K|}{K_{\text{πριν}}} 100\% = \left(1 - \frac{K_{\text{μετά}}}{K_{\text{πριν}}}\right) 100\% = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}4mV^2}{\frac{1}{2}mv^2}\right) 100\% = \left(1 - \frac{4V^2}{v^2}\right) 100\% = \left(1 - \frac{1}{4}\right) 100\%$$

$$= \frac{3}{4} 100\% = \boxed{75\%}$$

Ε. Σωστή επιλογή το β. Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο. προκύπτει :

$$\Delta \vec{p}_{ολ} = 0 \Rightarrow m_1 v = m_1 v_{\kappa} + p_B \Rightarrow \boxed{p_B = m_1(v - v_{\kappa})}$$

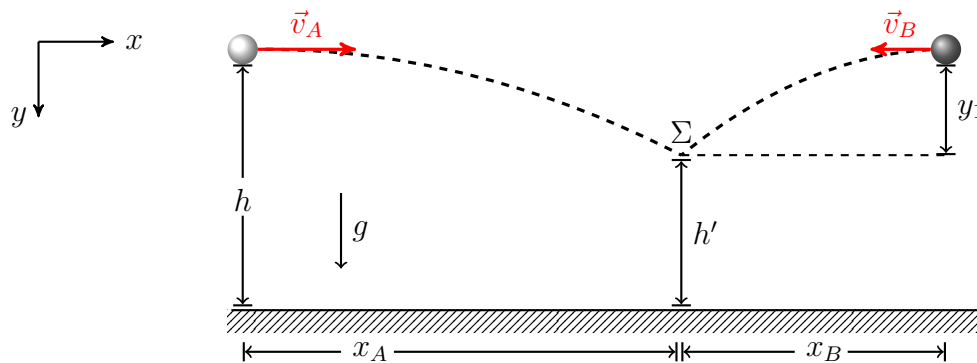
Η απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση είναι :

$$E = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2}m_1 v^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\kappa}^2 = \frac{1}{2}m_1(v^2 - v_{\kappa}^2) - \frac{1}{2}m_2 v_{\kappa}^2$$

$$= \frac{1}{2}m_1(v - v_{\kappa})(v + v_{\kappa}) - \frac{1}{2}p_B v_{\kappa} = \frac{1}{2}p_B(v + v_{\kappa}) - \frac{1}{2}p_B v_{\kappa} \Rightarrow \boxed{E = \frac{p_B v}{2}}$$

ΘΕΜΑ 3

Α.



α. Για να συναντηθούν στο σημείο Σ τα δύο σώματα αρκεί για τις οριζόντιες μετατοπίσεις τους να ισχύει η λογική σχέση :

$$\left. \begin{array}{l} x_A = v_A \cdot t_1 \\ x_B = v_B \cdot t_1 \\ x_A + x_B = d \end{array} \right\} \Rightarrow v_A \cdot t_1 + v_B \cdot t_1 = d \Leftrightarrow \boxed{t_1 = \frac{d}{v_A + v_B}} = \frac{30}{15} \text{ s} = 2 \text{ s}$$

β. Για τον υπολογισμό του h' αρκεί να αφαιρέσουμε από το αρχικό ύψος h την κατακόρυφη μετατόπιση μέχρι εκείνη τη στιγμή y_1 , έτσι παίρνουμε :

$$\left. \begin{array}{l} y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ h' = h - y_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y_1 = 20 \text{ m} \\ h' = (45 - 20) \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow h' = 25 \text{ m}$$

ΘΕΜΑ 4

A. Πριν από την κρούση, για την ισορροπία του σώματος μάζας m γράφουμε : $\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow T_1 = mg$ Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο. για την κρούση, προκύπτει :

$$\frac{mv_1}{2} - \frac{mv_2}{2} = \left(\frac{m}{2} + \frac{m}{2} + m\right) v_\kappa \Rightarrow v_\kappa = \frac{v_1 - v_2}{4} \quad (1)$$

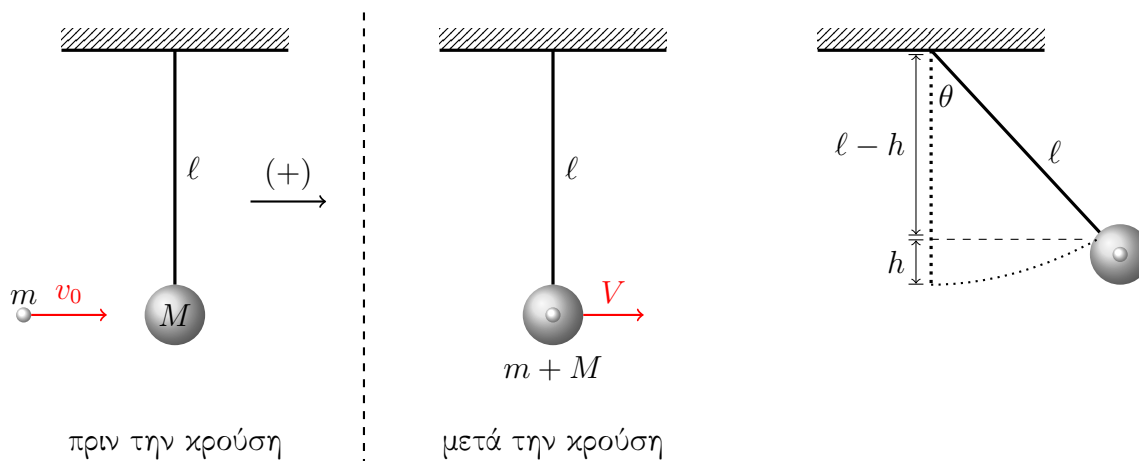
Μετά την κρούση, για το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο συσσωμάτωμα, ισχύει: $T_2 = 2T_1 \Rightarrow T_2 = 2mg$. Το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση είναι

$$F_\kappa = \left(\frac{m}{2} + \frac{m}{2} + m\right) a_\kappa \Rightarrow T_2 - 2mg = 2m \frac{v_\kappa^2}{\ell} \Rightarrow v_\kappa = 0 \quad (2)$$

από τη σχέση (1) προκύπτει $v_1 = v_2$. Επομένως η ζητούμενη ενεργειακή απώλεια είναι :

$$E = K_{\alpha\rho\chi.} - K_{\tau\epsilon\lambda.} = \frac{1}{2} \frac{m}{2} v_1^2 + \frac{1}{2} \frac{m}{2} v_2^2 - \frac{1}{2} 2m v_\kappa^2 = K + K - 0 \Rightarrow E = 2K$$

B.



α. Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων στη διεύθυνση της κρούσης είναι μηδέν ($\Sigma \vec{F}_{\epsilon\xi} = 0$), το σύστημα είναι μονωμένο οπότε εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για το σύστημα ακριβώς πριν την κρούση έως ακριβώς μετά, με θετική τη φορά του σχήματος και παίρνουμε

$$\Delta \vec{p}_{\omicron\lambda} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{\omicron\lambda}^{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\omicron\lambda}^{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow mv_0 = (m + M)V \Rightarrow V = \frac{mv_0}{M + m} = \frac{0,2 \cdot 20}{1} = 4 \text{ m/s}$$

β. Το συσσωμάτωμα εκτελεί κυκλική κίνηση, χωρίς να διαγράψει απαραίτητα ολόκληρο κύκλο, επομένως :

$$\Sigma F_\kappa = \frac{(m + M)V^2}{\ell} \Rightarrow T_\nu - B = \frac{(m + M)V^2}{\ell} \Rightarrow T_\nu = \frac{(m + M)V^2}{\ell} + (m + M)g$$

$$\Rightarrow T_\nu = 10 + 10 = 20 \text{ N}$$

γ. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το συσσωμάτωμα από τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση μέχρι η ταχύτητά του να μηδενιστεί, έτσι :

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m + M)V^2 = -(m + M)gh \Rightarrow \boxed{h = \frac{V^2}{2g}} = 0,8 \text{ m}$$

δ. Από το ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος έχουμε :

$$\boxed{\cos\theta = \frac{\ell - h}{\ell}} \Rightarrow \cos\theta = \frac{0,8}{1,6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$