

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΕΝΔΟΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
ΚΥΡΙΑΚΗ 28 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2024
Κρούσεις - Α.Α.Τ.

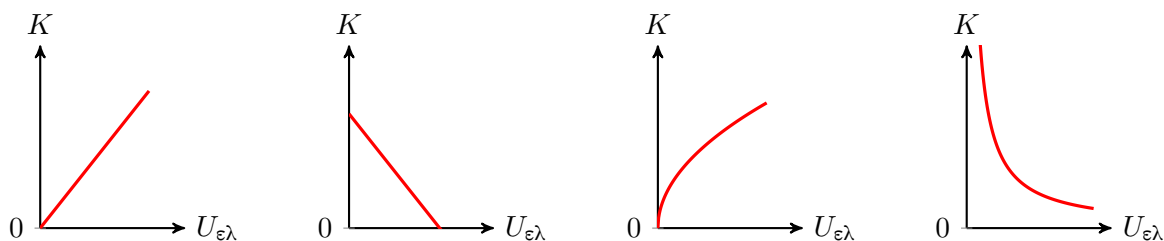
ΘΕΜΑ Α

Στις παρακάτω ερωτήσεις $A_1 - A_2$ να γράψετε τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή φράση.

A₁. Αν στο ελεύθερο άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε οροφή, δέσουμε ένα σώμα και από τη θέση αυτή το αφήσουμε ελεύθερο...

- το σώμα θα παραμείνει στη θέση αυτή ακίνητο.
- το σώμα θα επιταχύνεται διαρκώς μέχρι την κάτω ακραία θέση της τροχιάς του.
- σε κάθε θέση της τροχιάς του, η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του θα συμπίπτει με την επιμήκυνση του ελατηρίου.
- η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου θα είναι διπλάσια από το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

A₂. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο δάπεδο, δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε τοίχο. Από τα παρακάτω διαγράμματα, εκείνο που παριστάνει σωστά την κινητική ενέργεια του σώματος K σε συνάρτηση με τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου $U_{ελ}$ είναι το...



α.

β.

γ.

δ.

A₃. Μια μικρή σφαίρα που έχει μάζα m_1 κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα \vec{v}_1 και συγκρούεται μη κεντρικά και ελαστικά με άλλη αρχικά ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 . Μετά την κρούση η σφαίρα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα \vec{v}'_1 , που είναι κάθετη στην ταχύτητα \vec{v}_1 και έχει μέτρο $v'_1 = \frac{v_1}{2}$. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ των δύο σφαιρών ισούται με :

- α. $\frac{1}{2}$ β. $\frac{3}{5}$ γ. $\frac{2}{3}$

A₄. Ακίνητο σώμα μάζας M βρίσκεται σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_1 = 100m/s$ σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του ακίνητου σώματος και σφηνώνεται σε αυτό. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι $v_k = 2m/s$, τότε ο λόγος των μαζών $\frac{M}{m}$ είναι ίσος με :

α. 50 β. $\frac{1}{25}$ γ. 49

Στην παρακάτω ημιτελή πρόταση να επιλέξετε τα γράμματα που αντιστοιχούν στις φράσεις που τη συμπληρώνουν σωστά.

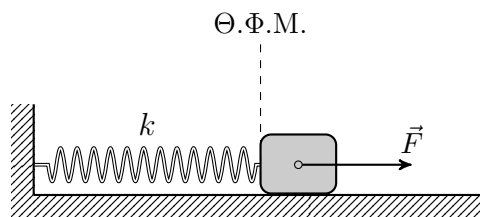
A₅. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Τις χρονικές στιγμές που το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του...

- α. το μέτρο της ταχύτητάς του είναι μέγιστο.
- β. το διάνυσμα της επιτάχυνσης αλλάζει φορά.
- γ. η δύναμη επαναφοράς μηδενίζεται.
- δ. η κινητική του ενέργεια είναι ίση με την ολική ενέργεια E της ταλάντωσης.

(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

B₁. Το σώμα του σχήματος είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{N/m}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητα και είναι αρχικά ακίνητο στο λείο οριζόντιο δάπεδο. Ασκούμε στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη \vec{F} με αποτέλεσμα το σύστημα να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,2\text{m}$. Το μέτρο της δύναμης \vec{F} ισούται με :



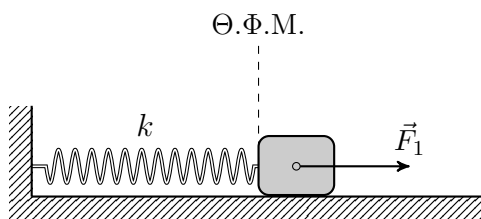
α. 10N β. 20N γ. 500N

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(10 μονάδες)

B₂. Σώμα μάζας $m = 3\text{kg}$ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{N/m}$ του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητα σε τοίχο.

Κάποια στιγμή στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη, όπως στο σχήμα, μέτρου $F_1 = 15\text{N}$, η οποία καταργείται ακαριαία τη στιγμή που το ελατήριο αποκτά απομάκρυνση ίση με $\Delta\ell = 0,3\text{m}$. Στη συνέχεια το σώμα ταλαντώνεται ελεύθερα με τη δράση της δύναμης του ελατηρίου. Το πλάτος A_1 της ταλάντωσης του σώματος μετά την κατάργηση της δύναμης \vec{F}_1 , ισούται με :



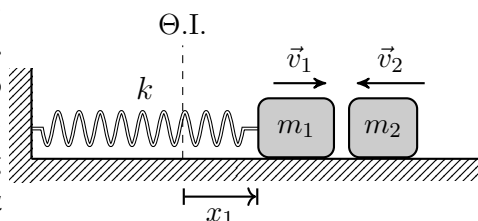
- α. $0,2m$ β. $0,3m$ γ. $0,4m$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(15 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Σώμα (1) μάζας $m_1 = 4kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A_1 = 0,2m$ σε λείο οριζόντιο δάπεδο, δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 400N/m$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα (1) διέρχεται από τη θέση που βρίσκεται σε απομάκρυνση $x_1 = +0,1\sqrt{3}m$ από τη θέση ισορροπίας του και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα (2), μάζας $m_2 = 12kg$, το οποίο κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_2 = \frac{1}{3}m/s$, όπως στο σχήμα.

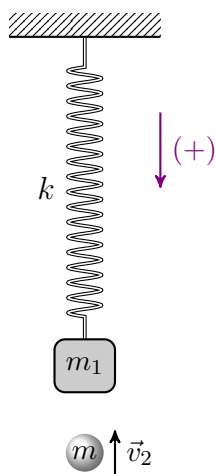


Γ₁. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας \vec{v}_1 του σώματος (1) αμέσως πριν την κρούση.

Γ₂. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του συστήματος από τη θέση ισορροπίας του, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά.

(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ



Σώμα μάζας $m_1 = 3kg$ ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε οροφή. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ένα σώμα μάζας $m_2 = 1kg$, που κινείται προς τα πάνω στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα \vec{v}_2 , συγκρούεται κεντρικά με το σώμα μάζας m_1 .

I. Η κρούση είναι ελαστική και το σώμα μάζας m_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση αμέσως μετά την κρούση με πλάτος $A_1 = 0,3m$. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας \vec{v}_2 του σώματος μάζας m_2 αμέσως πριν την κρούση.

II. Η κρούση είναι πλαστική. Να βρείτε το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος θεωρώντας πως το σώμα μάζας m_2 έχει αμέσως πριν την κρούση ταχύτητα ίση με αυτή που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα.

(25 μονάδες)

Οδηγίες προς τους εξεταζόμενους :

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα βασικά στοιχεία (ονοματεπώνυμο, ημερομηνία, τμήμα, εξεταζόμενο μάθημα). Να **μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιό σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στη φωτοτυπία με τα θέματα. **Καμία άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με την κόλλα σας και τη φωτοτυπία με τα θέματα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό με μελάνι που δε σβήνει.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες από την ώρα διανομής των θεμάτων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **Μία (1) ώρα** μετά τη διανομή των θεμάτων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Λύσεις

ΘΕΜΑ Α

1. δ 2. β 3. β 4. γ 5. Σ,Σ,Σ,Σ

ΘΕΜΑ Β

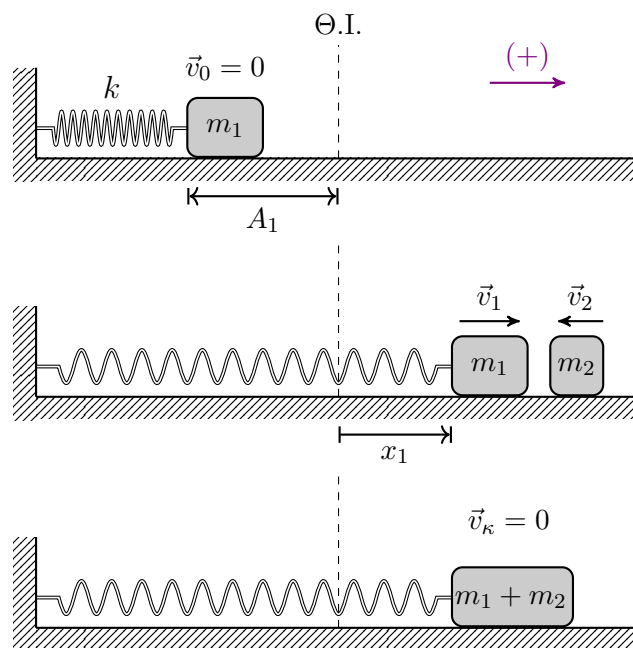
B₁. (β.) Το πλάτος της ταλάντωσης ισούται με την απόσταση μεταξύ της Θ.Ι. και της Θ.Φ.Μ. Στη Θ.Ι. ισχύει :

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F = F_{e\lambda} \Rightarrow \boxed{F = kA} = 20N$$

B₂. (β.)

$$E_1 = W_{F_1} \Rightarrow \frac{1}{2}kA_1^2 = F_1\Delta\ell \Rightarrow \boxed{A_1 = \sqrt{\frac{2F_1\Delta\ell}{k}}} = 0,3m$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ₁. Για το σώμα μάζας m_1 πριν την κρούση ισχύει :

$$U_1 + K_1 = E_1 \Rightarrow \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}kA_1^2 \Rightarrow \boxed{v_1 = \sqrt{\frac{k(A_1^2 - x_1^2)}{m_1}}} = 1m/s$$

Γ₂. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση :

$$m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_\kappa \Rightarrow \boxed{v_\kappa = \frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2}} = 0$$

Το συσσωμάτωμα ξεκινά την ταλάντωσή του από ακραία θέση, $A = x_1 = 0, 1\sqrt{3}m$.

$$D_{\Sigma} = k \Rightarrow (m_1 + m_2)\omega^2 = k \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 5\text{rad/s}$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ισχύει :

$$x_0 = A\eta\mu\phi_0 \Rightarrow \eta\mu\phi_0 = +1 \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{2}\text{rad}$$

Η εξίσωση $x = f(t)$ έχει τη μορφή : $x = 0, 1\sqrt{3}\eta\mu\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$ (S.I.)

ΘΕΜΑ Δ

Δ_1 . Το σώμα μάζας m_1 εκτελεί μετά την κρούση α.α.τ. με γωνιακή συχνότητα

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\text{rad/s}$$

ενώ η ταχύτητά του αμέσως μετά την κρούση είναι :

$$|v'_1| = \omega_1 A_1 = \sqrt{3}m/s$$

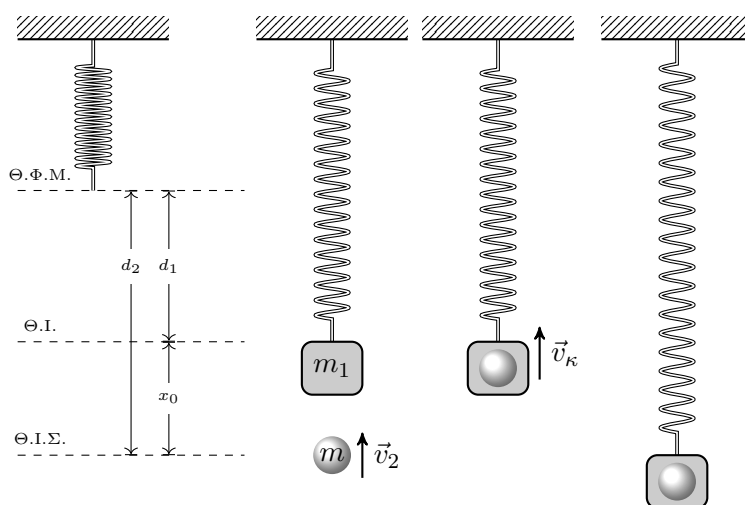
και από τους τύπους της ελαστικής κεντρικής κρούσης παίρνουμε :

$$|v'_1| = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}|v_2| \Rightarrow |v_2| = 2\sqrt{3}m/s$$

Δ_2 . Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση :

$$0 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v_{\kappa} \Rightarrow |v_{\kappa}| = \frac{m_2 |v_2|}{m_1 + m_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}m/s$$

Στη Θ.Ι. έχουμε :



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\epsilon\lambda} = W_1 \Rightarrow kd_1 = m_1g \Rightarrow d_1 = \frac{m_1g}{k} = 0,3m$$

Στη Θ.Ι.Σ. έχουμε :

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{\epsilon\lambda} = W_{o\lambda} \Rightarrow kd_2 = (m_1 + m_2)g \Rightarrow d_2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} = 0,4m$$

Από το σχήμα, η θέση ταλάντωσης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι:

$$x_0 = d_2 - d_1 = 0,1m$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ε.Τ. για τη θέση αυτή :

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{\kappa}^2 \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \frac{(m_1 + m_2)v_{\kappa}^2}{k}} = 0,2m$$